

大學入學考試中心
102 學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 \square^7 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第1題至第2題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 a, b, c 為實數，且二次多項式 $f(x) = ax(x-1) + bx(x-3) + c(x-1)(x-3)$ 滿足 $f(0) = 6$ 、 $f(1) = 2$ 、 $f(3) = -2$ 。請問 $a + b + c$ 等於下列哪一個選項？

- (1) 0 (2) $\frac{2}{3}$ (3) 1 (4) $-\frac{1}{2}$ (5) $-\frac{4}{3}$

2. 綜合數種糧食的【糧食自給率】定義為 $\frac{A}{B}$ ，其中 A 為「每一種糧食之國內生產量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」， B 為「每一種糧食之國內消費量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」。已知甲、乙、丙三種糧食相關數據如下表：

糧食	國內生產量 (單位：千公噸)	國內消費量 (單位：千公噸)	單位糧食產生的熱量 (單位：大卡／每百公克)
甲	1000	1200	300
乙	280	320	100
丙	100	1000	600

請問綜合甲、乙、丙這三種糧食的【糧食自給率】最接近下列哪一個選項？

- (1) 37% (2) 39% (3) 41% (4) 43% (5) 45%

二、多選題（占 40 分）

說明：第3題至第7題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 坐標平面上兩點 (4,1) 和 (5,9) 在直線 $3x - y - k = 0$ 的兩側，其中 k 為整數。請選出正確的選項。

- (1) 滿足上式的 k 最少有 5 個
- (2) 所有滿足上式的 k 的總和是 35
- (3) 所有滿足上式的 k 中，最小的是 7
- (4) 所有滿足上式的 k 的平均是 9
- (5) 所有滿足上式的 k 中，奇數與偶數的個數相同

4. 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項。

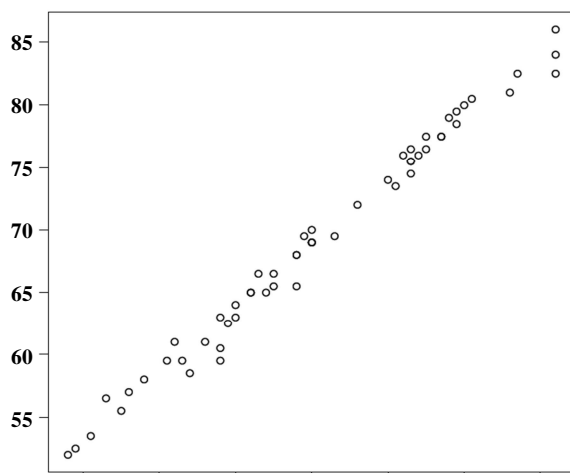
- (1) $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$
- (2) $0.\overline{72} + 0.\overline{28} = 1.\overline{1}$
- (3) $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 1$
- (4) $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$
- (5) $0.\overline{49} = 0.5$

5. 某研究所處理個人申請入學，其甄選總成績係採計測驗 A 分數及測驗 B 分數各占 50%。50 位申請同學依甄選總成績高低排序，錄取前 20 名。現依准考證號碼順序，將這些同學的成績列表如下：(例如，第一位同學的測驗 A 分數及測驗 B 分數分別為 93 分及 28 分)

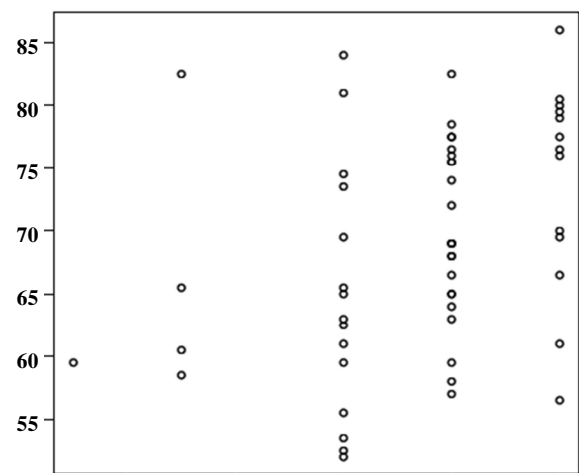
測驗 A	93	98	100	100	100	98	96	96	98	96	96	98	98
測驗 B	28	50	59	22	52	67	30	15	46	11	72	21	59
測驗 A	93	100	100	100	100	98	98	96	98	100	96	100	96
測驗 B	24	13	53	33	61	57	55	26	35	40	9	60	23
測驗 A	96	96	96	100	100	96	98	98	91	100	96	100	98
測驗 B	66	29	34	58	55	35	16	28	28	72	51	39	40
測驗 A	98	96	96	93	98	96	98	98	98	98	93		
測驗 B	18	43	8	38	32	53	38	53	30	54	72		

所有學生測驗 A 分數的平均數為 97.38，而測驗 B 分數的平均數為 40.22。現從甄選總成績、測驗 A 分數及測驗 B 分數之中任選兩種成績作散佈圖，圖甲及圖乙為其中之一；兩圖中各有 50 個資料點，每一點代表一位同學；兩個橫軸與縱軸之單位長可能皆不相同。請選出正確的選項。

- (1) 圖乙的橫軸為測驗 A 分數
- (2) 圖乙的縱軸為甄選總成績
- (3) 圖甲的橫軸為甄選總成績
- (4) 若只以測驗 B 分數高低錄取 20 位同學（不採計測驗 A 分數），錄取的同學與以甄選總成績高低錄取的同學完全相同
- (5) 甄選總成績的平均數為 97.38 及 40.22 的平均數



圖甲



圖乙

6. 想要了解選民對某候選人真正的支持度(支持率) p ，四家媒體所做的民意調查結果如下表所示：

	媒體 A	媒體 B	媒體 C	媒體 D
\hat{p}	0.30	0.40	0.30	0.28
$\hat{\sigma}$	0.02	$\hat{\sigma}_B$	0.01	0.01

其中 \hat{p} 表示抽樣支持度， $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ， n 為抽樣人數。請選出正確的選項。

- (1) 在 95% 的信心水準之下，媒體 A 抽樣所得 p 的信賴區間為 [0.28, 0.32]
 - (2) 如果媒體 B 抽樣的人數與媒體 A 相同，則 $\hat{\sigma}_B$ 大於 0.02
 - (3) 媒體 C 抽樣人數約為媒體 A 抽樣人數的兩倍
 - (4) 媒體 A 的抽樣支持度比媒體 B 的抽樣支持度更接近候選人真正的支持度 p
 - (5) 在 95% 的信心水準之下，至少有一家媒體抽樣所得 p 的信賴區間會包含真正的支持度 p
7. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。請選出正確的選項。
- (1) A 的行列式(值)為 6
 - (2) $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - (3) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
 - (4) $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$
 - (5) $[1 \ 1]A = [5 \ 7]$

三、選填題（占 24 分）

說明：1.第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (8-14)。
2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球等七盆花中選出四盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有 ⑧⑨⑩ 種。

B. 袋中有 3 顆白球與 1 顆黑球，每次隨機從袋中抽出 1 球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲結束。若在第 k 次抽到黑球，則得到 k 元獎金。此遊戲可獲得獎金的數學期望值為 $\frac{⑪}{⑫}$ 元(化為最簡分數)。

C. 在坐標平面上，設 O 為原點，向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (2, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 1)$ ， $\vec{d} = (-1, 1)$ 。
 P 為平面上的動點，令點集合 $A = \{P \mid \vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，點集合 $B = \{P \mid \vec{OP} = x\vec{c} + y\vec{d} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，則區域 $A \cap B$ 的面積為 $\frac{⑬}{⑭}$ (化為最簡分數)。

——— 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 ———

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ 。

- (1) 請以對數律計算 $\log 1.5$ （不必四捨五入）。（3 分）
- (2) 請以對數律計算 $\log (1.5)^{60}$ （不必四捨五入）。（3 分）
- (3) 請問 $(1.5)^{60}$ 的整數部分是幾位數？請說明理由。（3 分）
- (4) 請問 $(1.5)^{60}$ 的整數部分中，最左邊的數字是幾？請說明理由。（3 分）

二、某工廠使用三種貴金屬元素合成兩種合金，其中每單位的甲合金是由 5 公克的 A 金屬、3 公克的 B 金屬以及 3 公克的 C 金屬組成，而每單位的乙合金是由 3 公克的 A 金屬、6 公克的 B 金屬與 3 公克的 C 金屬所組成。已知甲、乙合金每單位的獲利分別為 600、700 元。若工廠此次進了 1000 公克的 A 金屬、1020 公克的 B 金屬與 660 公克的 C 金屬投入生產這兩種合金，試問甲、乙兩種合金各應生產多少單位，才能獲得最大利潤？又此時利潤為多少？（12 分）